Materiales de Construcción Vol. 16, nº 121
Enero, febrero, marzo de 1966

680 - 36

la determinación de la dosificación de cemento de los morteros y hormigones fraguados en los casos fuera del ámbito de aplicación de los métodos usuales para hallarla

ANGEL RUIZ DE GAUNA
Licenciado en Ciencias Químicas

Se efectúa un estudio matemático mediante el cual se determinan la dosificación de cemento y la composición del árido en función de dos parámetros. Se imponen unas condiciones químicas, físico-químicas y mineralógicas que limitan el intervalo de variabilidad de los parámetros y se obtienen unas dosificaciones de cemento máximas y mínimas posibles.

La determinación del contenido de cemento en los morteros y hormigones fraguados se basa, en la mayoría de los casos, en admitir que un determinado componente químico, encontrado en ellos por análisis, procede exclusivamente del cemento, es decir, está totalmente ausente en los áridos o se encuentra en el cemento y en los áridos en estados físicos o químicos distintos y tales que sea posible elaborar métodos de análisis mediante los cuales se determina única y exclusivamente el componente que se encuentra en uno solo de esos estados.

Los componentes más utilizados para este fin son el anhídrido silícico y el óxido cálcico, mayoritarios en el cemento Portland, constituyendo en conjunto alrededor del 80 por 100 de su composición. El óxido cálcico se halla prácticamente ausente en determinados tipos de áridos y el anhídrido silícico normalmente se encuentra en ellos en un estado químico distinto de aquel en que forma parte del cemento Portland.

La aplicación práctica de lo que precede lleva consigo resolver los siguientes problemas.

a) Decidir por examen previo de las muestras cuál es el componente más adecuado para basar en él la determinación de la dosificación.

b) Si el anhídrido silícico es el componente más idóneo, disponer, puesto que en la mayoría de los casos se encontrará presente también en los áridos, de un método de análisis capaz de determinar la sílice, contenida en la muestra que se investiga, procedente exclusivamente del cemento.

Existen varios métodos analíticos, basados en la mayor solubilidad del anhídrido silícico del cemento con respecto al del árido, que extraen y separan con mayor o menor precisión el anhídrido silícico del cemento del correspondiente al árido.

 http://materconstrucc.revistas.csic.es

Los morteros y hormigones que se presentan a estudio, usualmente tendrán áridos o adiciones comprendidos en alguno de los siguientes grupos:

Grupo	Aridos o adiciones	
	Contienen	No contienen
I	CaO	SiO_2 soluble
II	SiO_2 soluble	CaO
III		CaO SiO_2 soluble
IV	CaO SiO_2 soluble	

En las muestras comprendidas en el Grupo I podrá determinarse la dosificación basándose en la sílice soluble, en las del Grupo II basándose en el contenido de CaO, siempre que no existan indicios de lixiviación que hayan podido cambiar el contenido original de este componente y en los del Grupo III, a partir de ambos. En los morteros y hormigones pertenecientes al Grupo IV no es posible hallar la dosificación a partir de ninguno de estos componentes a no ser que se disponga de muestras de los áridos o adiciones y se conozca el contenido aproximado de ellos en la muestra con el fin de corregir las respectivas cifras analíticas.

En la práctica, el encasillamiento de una determinada muestra en alguno de los grupos reseñados no resulta fácil ni seguro sin un adecuado estudio químico y microscópico del árido fino y grueso separado de ella. La separación de la parte más fina del árido de la pasta pura hidratada cementante resulta casi imposible por los medios habituales de un laboratorio medio.

Esto, que ya conduce a un determinado posible error, cuando la proporción de la parte más fina del árido en relación con la cantidad de árido total es pequeña puede llevar a resultados totalmente equivocados cuando el porcentaje de finos en los áridos es sustancial.

Las muestras que se presentan al laboratorio para su análisis, la mayoría de las veces corresponden a morteros y hormigones defectuosos que no cumplen las prescripciones técnicas.

A veces se presenta el problema de determinar la dosificación de morteros con anormales cantidades de finos en los áridos; la clasificación de éstos es dudosa y el dictamen sólo puede basarse en presunciones.

En el presente trabajo se estudia la determinación de la dosificación en los casos de dudosa clasificación o pertenecientes al Grupo IV, y se muestra la posibilidad de, a partir de los datos obtenidos por análisis químico, dar alguna forma de dictamen acerca de la dosificación investigada.

Veamos el caso más general en el cual todos los componentes del cemento, en el mismo estado físico y químico que en él, forman parte del árido. Supongamos que se dispone de una muestra del cemento y se efectúa el análisis químico completo del mortero u hormigón y del cemento siguiendo el mismo método en ambos: Ataque de la muestra y subsiguiente determinación de la sílice soluble por alguno de los métodos propuestos para hallar la dosificación basándose en este componente; en los líquidos filtrados se determinan el resto de los componentes.

Si se designa por $P, S, R, C, A, F, M, N, T$, la composición del árido; $P', S', R', C', A', F', M', N', T'$, la composición del cemento anhidro; $P'', S'', R'', C'', A'', F'', M'', N'', T''$, la composición de la pasta pura de cemento hidratada; $P_h, S_h, R_h, C_h, A_h, F_h, M_h, N_h, T_h$, la composición del hormigón o mortero; X, el % de árido contenido en el hormigón o mortero; p, la pérdida al fuego del cemento anhidro contenido en 100 g de pasta pura hidratada, representando $P =$ pérdida de fuego, $S =$ anhídrido silícico, $R =$ residuo insoluble, $C =$ = óxido cálcico, $A =$ óxido alumínico, $F =$ óxido férrico, $M =$ óxido magnésico, $N =$ trióxido de azufre y $T =$ resto a 100 sin dosificar, se pueden establecer las siguientes relaciones:

$$\left.\begin{array}{l}
\dfrac{PX}{100} + \dfrac{P''\,(100 - X)}{100} = P_h \\[2ex]
\dfrac{SX}{100} + \dfrac{S''\,(100 - X)}{100} = S_h \\[2ex]
\dfrac{RX}{100} + \dfrac{R''\,(100 - X)}{100} = R_h \\[2ex]
\dfrac{CX}{100} + \dfrac{C''\,(100 - X)}{100} = C_h \\[2ex]
\dfrac{AX}{100} + \dfrac{A''\,(100 - X)}{100} = A_h \\[2ex]
\dfrac{FX}{100} + \dfrac{F''\,(100 - X)}{100} = F_h \\[2ex]
\dfrac{MX}{100} + \dfrac{M''\,(100 - X)}{100} = M_h \\[2ex]
\dfrac{NX}{100} + \dfrac{N''\,(100 - X)}{100} = N_h \\[2ex]
\dfrac{TX}{100} + \dfrac{T''\,(100 - X)}{100} = T_h
\end{array}\right| \quad [1]$$

La composición de la pasta pura hidratada en función de la del cemento anhidro y el parámetro p, antes definido, viene dada por:

$$\left.\begin{array}{l}
P'' = \dfrac{P'\,(100 + p) - 100p}{P'} \\[2ex]
S'' = \dfrac{S'\,(100 - P'' + p)}{100} \\[2ex]
R'' = \dfrac{R'\,(100 - P'' + p)}{100} \\[2ex]
C'' = \dfrac{C'\,(100 - P'' + p)}{100} \\[2ex]
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
T'' = \dfrac{T'\,(100 - P'' + p)}{100}
\end{array}\right| \quad [2]$$

Despejando $P, S, R, C, \ldots, T$ en el grupo de ecuaciones [1] y sustituyendo $P'', S'', R'', \ldots, T''$ por sus valores dados en [2] se obtiene la composición del árido en función de dos parámetros p y X, de la composición del hormigón y del cemento, determinados estos dos últimos por análisis químico:

$$\left.\begin{aligned} P &= \frac{100\,P'P_h - (P'(100+p) - 100p)\,(100 - X)}{P'X} \\ S &= \frac{100\,P'S_h - S'p\,(100 - X)}{P'X} \\ R &= \frac{100\,P'R_h - R'p\,(100 - X)}{P'X} \\ C &= \frac{100\,P'C_h - C'p\,(100 - X)}{P'X} \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ T &= \frac{100\,P'T_h - T'p\,(100 - X)}{P'X} \end{aligned}\right| \quad [3]$$

Si definimos la dosificación como el tanto por ciento y de cemento anhidro contenido en el hormigón seco a 105-110° C, su expresión será:

$$y = \frac{p(100 - X)}{P'} \qquad [4]$$

puesto que en 100 g de pasta pura hidratada existen ($100 - P'' + p$) g de cemento anhidro y se verifica la proporcionalidad:

$$\frac{100 - P'' + p}{100} = \frac{p}{P'}$$

Según la expresión [4], el problema de hallar la dosificación en el caso que nos ocupa sería indeterminado, ya que dando valores arbitrarios a p y X obtendríamos infinitos valores de y.

Sin embargo, hay una serie de condiciones de orden químico, físico-químico y mineralógico que deben cumplirse. Estas condiciones, expresadas en forma algebraica, se traducen en desigualdades que deben satisfacer p y X, restringiendo su intervalo de variabilidad. De esta forma se obtienen unos límites para y. Dosificaciones mayores o menores de esos límites son imposibles.

Las condiciones que han de cumplirse son las siguientes:

I) Puesto que p representa la pérdida al fuego del cemento anhidro contenido en 100 g de pasta pura hidratada y la pérdida al fuego obtenida por análisis químico del cemento fue P', ha de ocurrir:

$$0 < p < P'$$

II) La pérdida al fuego de la pasta pura hidratada P'', variable con el grado de hidratación, suele oscilar entre el 15 y el 26 por 100 (*).

(*) Todos los asteriscos figuran en el título *notas* al final del artículo.

Se tiene así la limitación:

$$15 \leqslant P'' \leqslant 26$$

o bien:

$$15 \leqslant \frac{P'(100 + p) - 100p}{P'} \leqslant 26$$

III) Por representar X un porcentaje, será:

$$0 \leqslant X \leqslant 100$$

Mediante las expresiones [3], han de obtenerse unos valores $P, S, R, C, \ldots, T$, que puedan corresponder a la composición de un árido con existencia real. Esto conduce a las siguientes nuevas condiciones:

IV) $P, S, R, \ldots, T$ han de ser positivos, es decir, iguales o mayores que cero.

V) La pérdida al fuego P ha de ser tal que por lo menos corresponda al CO_2 necesario para formar con el óxido cálcico C y con el óxido magnésico M carbonato cálcico y carbonato magnésico, respectivamente. Esta condición se puede expresar así:

$$P \geqslant 1{,}0913\, M + 0{,}7846\, C$$

VI) La pérdida al fuego que exceda (si excede) de la necesaria para combinar con C y M, ha de ser tal que corresponda a la normal de la posible parte arcillosa del árido, considerando como tal a la suma $S + R + A + F + N + T$.

La pérdida al fuego de una arcilla, en concepto de agua no evaporable a 105-110° C, normalmente es inferior al 10 por 100:

$$0 \leqslant \frac{100\,(P - 1{,}0913\, M - 0{,}7846)}{100 - P - C - M} \leqslant 10$$

Las expresiones algebraicas de estas seis condiciones, en función de p y X, son las siguientes:

$$\left.\begin{array}{ll}
\text{I)} & 0 < p < P' \\[4pt]
\text{II)} & \dfrac{74\, P'}{100 - P'} \leqslant p \leqslant \dfrac{85\, P'}{100 - P'} \\[4pt]
\text{III)} & 0 < X < 100 \\[4pt]
\text{IV)} & X \geqslant 100\left(1 - \dfrac{P'\, S_h}{S'\, p}\right);\; X \geqslant 100\left(1 - \dfrac{P'\, C_h}{C'\, p}\right);\; X \geqslant 100\left(1 - \dfrac{P'\, R_h}{R'\, p}\right) \\[4pt]
 & X \geqslant 100\left(1 - \dfrac{P'\, A_h}{A'\, p}\right);\; X \geqslant 100\left(1 - \dfrac{P'\, F_h}{F'\, p}\right);\; X \geqslant 100\left(1 - \dfrac{P'\, M_h}{M'\, p}\right) \\[4pt]
 & X \geqslant 100\left(1 - \dfrac{P'\, N_h}{N'\, p}\right);\; X \geqslant 100\left(1 - \dfrac{P'\, T_h}{T'\, p}\right) \\[4pt]
\text{V)} & X \leqslant \dfrac{100p(0{,}7846C' + 1{,}0913M' + 100 - P') - 100P'(0{,}7846C_h + 1{,}0913M_h + 100 - P_h)}{p(0{,}7846\, C' + 1{,}0913\, M' + 100 - P') - 100\, P'} \\[4pt]
\text{VI)} & X \leqslant \dfrac{100p(6{,}846C' + 9{,}913M' + 1.100 - 11P') - 100P'(6{,}846C_h + 9{,}913M_h + 1.100 - 11P_h)}{p(6{,}846\, C' + 9{,}913\, M' + 1.100 - 11\, P') - 1.000\, P'}
\end{array}\right\} \quad [5]$$

En las operaciones necesarias para llegar a las dos últimas desigualdades se ha tenido en cuenta que por tener que cumplir p con las condiciones I) y II) y ser los valores de C' y M' mayores o iguales de 34 y 0, respectivamente, ocurre siempre (**).

$$100\,P' < p(0{,}7846\,C' + 1{,}0913\,M' + 100 - P')$$

$$1.000\,P' < p(6{,}846\,C' + 9{,}913\,M' + 1.100 - 11\,P')$$

Todos los pares de valores p, X que cumplan simultáneamente las desigualdades I a VI son soluciones del problema y darán dosificaciones y, posibles.

Las desigualdades I a VI escritas como igualdades, representan en el plano p, X, curvas que lo dividen en zonas. Al pasar de una a otra zona, de una misma curva, se invierte el sentido de la desigualdad.

Estudiemos la forma de las curvas y las zonas que cumplen las diversas limitaciones.

Limitación I: Se cumple para los valores de P' normales de un cemento si se cumple la limitiación II, más restrictiva (***).

Limitaciones II y III: Los puntos que la satisfacen se encuentran situados en el área rayada de la figura 1.

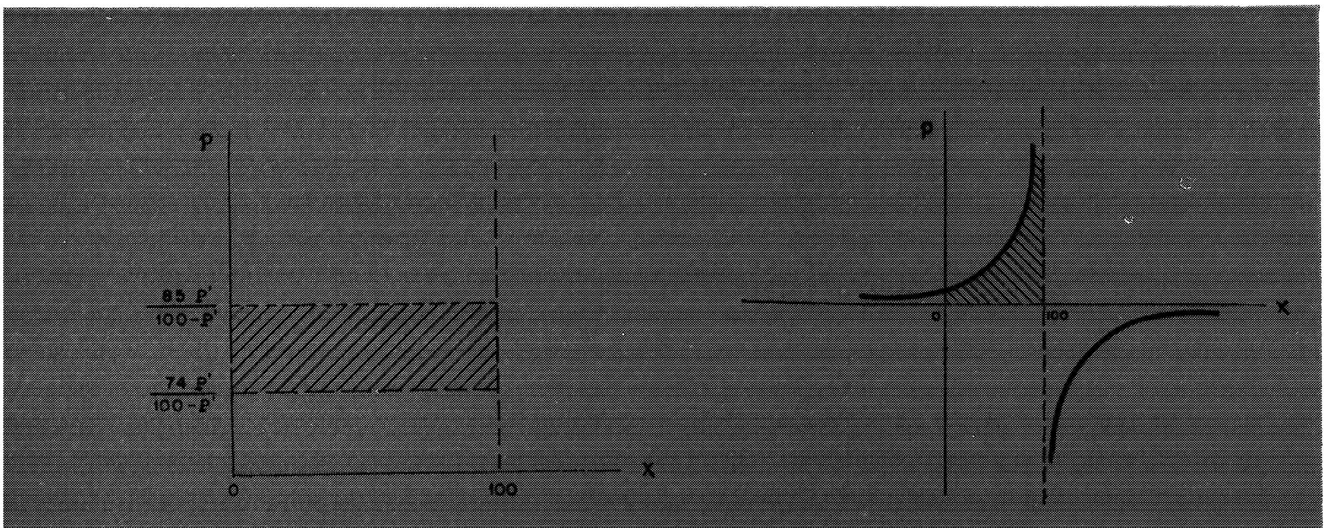


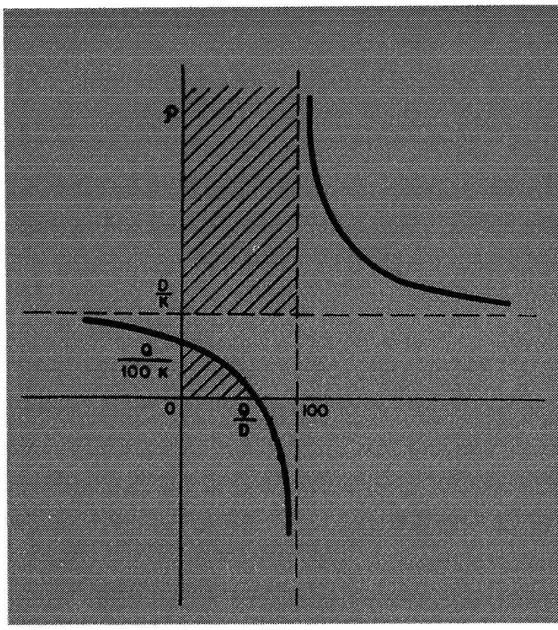
Fig. 1. Fig. 2.

Limitación IV: Representan curvas de la forma indicada en la figura 2.

Los únicos puntos que las satisfacen, teniendo en cuenta que $p < O$ y $X < 100$, son los que se encuentran en el área rayada. La curva representada en la figura 2 correspondería a la más restrictiva de las ocho limitaciones, cumpliéndose la cual se satisfacen todas las demás.

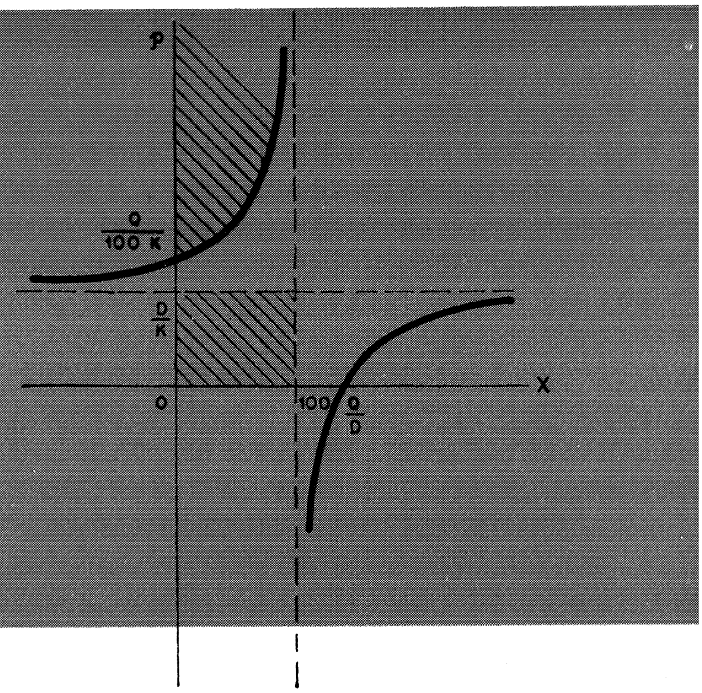
Limitación V: Esta ecuación representa una curva distinta según que:

$$P_h > 0{,}7846\ C_h + 1{,}0913\ M_h \quad \text{ó}$$
$$P_h < 0{,}7846\ C_h + 1{,}0913\ M_h$$



100 D > Q
$P_h > 0{,}7846\ C_h + 1{,}0913\ M_h$

Fig. 3.



100 D < Q
$P_h < 0{,}7846\ C_h + 1{,}0913\ M_h$

Fig. 4.

Tiene la forma

$$X = \frac{100\,Kp - Q}{Kp - D}$$

siendo K, Q y D siempre positivos. La forma de esta curva y la zona que cumple la desigualdad correspondiente (zona rayada), teniendo en cuenta que $p > O$ y $X < 100$, se da en las figuras 3 y 4 para los casos de ser $100\,D > Q$ ó $100\,D < Q$, equivalentes a:

$$P_h > 0{,}7846\ C_h + 1{,}0913\ M_h,$$
$$P_h < 0{,}7846\ C_h + 1{,}0913\ M_h,$$

respectivamente.

Limitación VI: Escrita como igualdad, adopta la misma forma que la anterior:

$$X = \frac{100\,K'p - Q'}{K'p - D'}$$

siendo K', Q' y D' positivos. Asimismo representa dos curvas distintas, según que:

$$100\ D' > Q' \text{ ó } 100\ D' < Q'$$

equivalentes en este caso a:

$$P_h > 0{,}6224\ C_h + 0{,}9012\ M_h + 9{,}0909,$$

$$P_h < 0{,}6224\ C_h + 0{,}9012\ M_h + 9{,}0909,$$

respectivamente.

Estas curvas y las zonas que satisfacen esta limitación (zona rayada) se dan en las figuras 5 y 6.

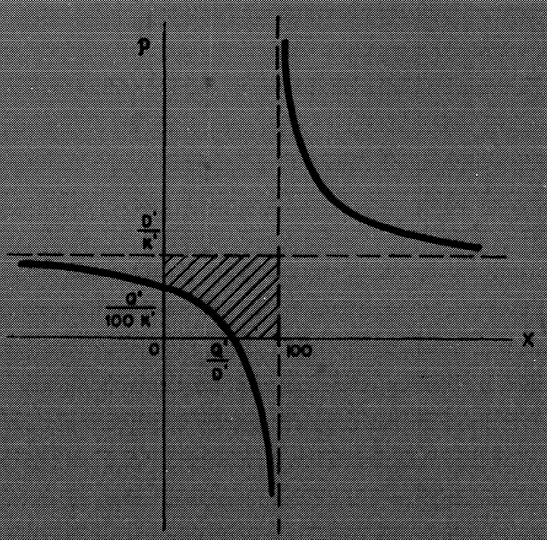
Las desigualdades que se cumplirán en la mayoría de los casos serán:

$$P_h < 0{,}7846\ C_h + 1{,}0913\ M_h,$$

$$P_h < 0{,}6224\ C_h + 0{,}9012\ M_h + 9{,}0909,$$

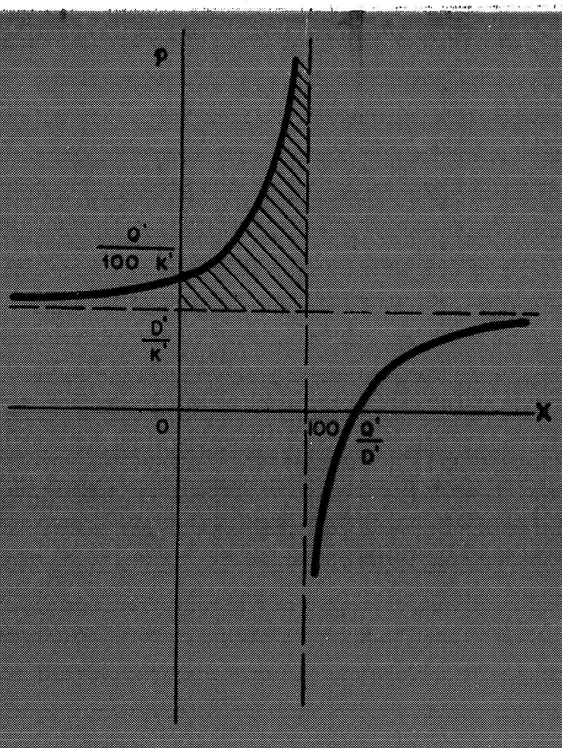
pudiendo satisfacerse las contrarias en morteros y hormigones muy pobres que contengan áridos silícicos, y gran proporción de arcilla con alto porcentaje de agua de constitución.

Si dibujamos en el mismo gráfico las curvas correspondientes a las condiciones más restrictivas de los 6 grupos de limitaciones [5], obtenemos una zona del plano limitada



100 D' > Q'
$P_h > 0{,}6224\ C_h + 0{,}9012\ M_h + 9{,}0909$

Fig. 5.



100 D' < Q'
$P_h < 0{,}6224\ C_h + 0{,}9012\ M_h + 9{,}0909$

Fig. 6.

por ellas. Las coordenadas p, X de todo punto interior de la zona cumplen las condiciones [5].

En los casos más frecuentes, satisfaciéndose las últimas desigualdades, dicha zona adoptará la forma indicada en las figuras 7 y 8 (según que la condición más restrictiva por la izquierda sea la VI o alguna de las IV), pudiendo darse casos en los que la limitación por este lado venga dada simultáneamente por las curvas VI) y alguna de las IV) y por la derecha por la recta $X = 100$.

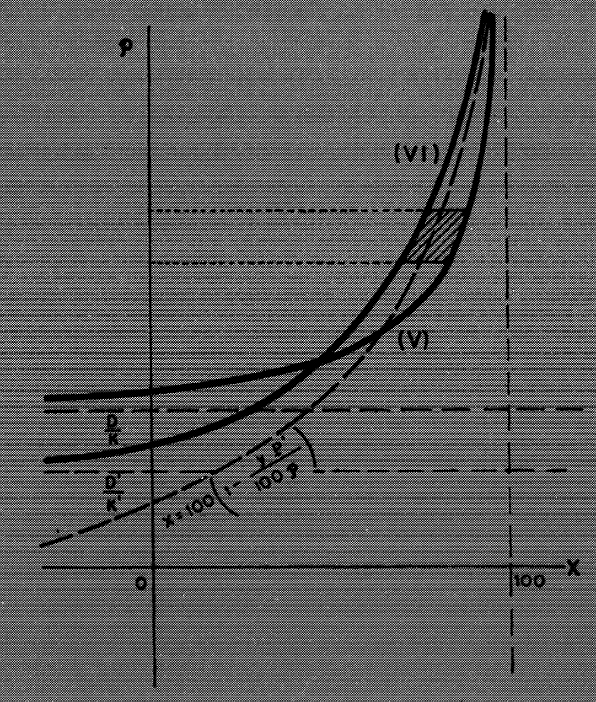
Veamos ahora el significado de la ecuación [4] en el plano $p - X$:

Despejando X, se tiene:

$$X = 100\left(1 - \frac{y\,P'}{100\,p}\right) \qquad [6]$$

que representa, para distintos valores de y, una familia de curvas. Estas curvas, siendo y positivo, tienen la forma indicada en la figura 2. Comparando la ecuación [6] con las limitaciones IV) se deduce inmediatamente que las curvas limitativas de las desigualdades IV) pertenecen a la familia [6].

La dosificación y es constante en cada curva de la familia, puesto que todos los pares de valores p, X que definen puntos de una misma curva, conducen a una única dosificación de cemento anhidro, diferenciándose el hormigón o mortero representado por dos puntos distintos de ella, en la pérdida al fuego surgida en el proceso de hidratación y curado (grado de hidratación) y porcentaje de árido.



$\frac{D}{K} > \frac{D'}{K'}$ en todos los casos, pues $C' + M' + P' \leq 100$

Fig. 7.

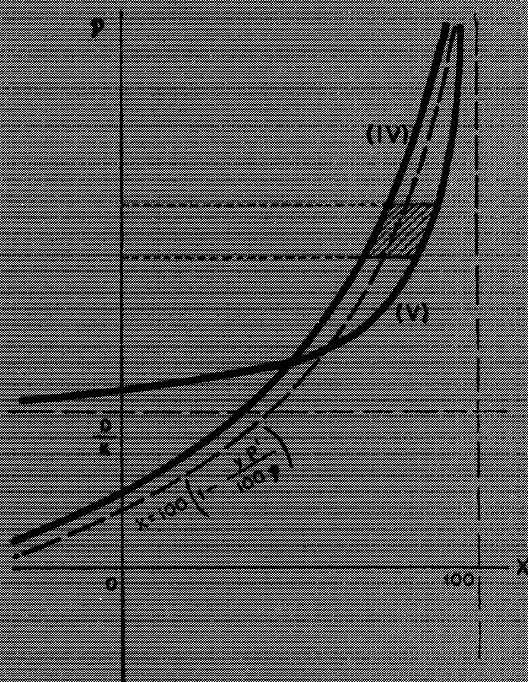


Fig. 8.

Son soluciones del problema los valores de y que dan lugar a curvas de la familia que cruzan la zona de posibles soluciones, zona rayada de las figuras 7 y 8.

En los casos correspondientes a la figura 7, la dosificación máxima posible vendría dada por el mayor valor de y que resultase al sustituir en la ecuación.

$$y = \frac{p}{P'}\left(100 - \frac{100p(6{,}846C' + 9{,}913M' + 1.100 - 11P') - 100P'(6{,}846C_h + 9{,}913M_h + 1.100 - 11P_h)}{p(6{,}846C' + 9{,}913M' + 1.100 - 11P') - 1.000P'}\right),$$

p, por cada uno de los valores:

$$p = \frac{74\,P'}{100 - P'} \text{ ó } p = \frac{85\,P'}{100 - P'};$$

y la dosificación mínima posible sería el menor valor de y que resultase al sustituir en la ecuación

$$y = \frac{p}{P'}\left(100 - \frac{100p(0{,}7846C' + 1{,}0913M' + 100 - P') - 100P'(0{,}7846C_h + 1{,}0913M_h + 100 - P_h)}{p(0{,}7846C' + 1{,}0913M' + 100 - P') - 100P'}\right),$$

los anteriores valores de p.

Las expresiones de $y_{\text{max.}}$, $y_{\text{min.}}$ pueden simplificarse haciendo: $p = \dfrac{A\ P'}{100 - P'}$, siendo A variable de 74 a 85. Se obtiene así:

$$y_{\text{max.}} = \frac{100\,A(6{,}846\,C_h + 9{,}913\,M_h + 100 - 11\,P_h)}{A(6{,}846\,C' + 9{,}913\,M' - 11\,P' + 1.100) + 1.000\,P' - 100.000}$$

$$y_{\text{min.}} = \frac{100\,A(0{,}7846\,C_h + 1{,}0913\,M_h - P_h)}{A(0{,}7846\,C' + 1{,}0913\,M' - P' + 100) + 100\,P' - 10.000}$$

Estudiando la variación de y en función de A (****), siendo $y > 0$, $A > 0$, se demuestra que si

$$P_h < 0{,}7846\ C' + 1{,}0913\ M':$$

y es máximo, cuando $A = 74$

y es mínimo, cuando $A = 85$

En los morteros y hormigones cuya zona de posibles soluciones sea la de la figura 8, para hallar el máximo de dosificación es necesario tener en cuenta que la condición más restrictiva por la izquierda es una curva de la familia [6]. Sea ésta:

$$X = 100\left(1 - \frac{N_h\,P'}{N'\,p}\right)$$

El punto de intersección de esta curva con el eje $X = 0$, es:

$$p = \frac{N_h\,P'}{N'},$$

y el punto de intersección, con este mismo eje de cualquier otra curva de la familia, es:

$$p = \frac{y\,P'}{100}$$

Observando la figura 8 y teniendo en cuenta que esta última curva ha de cruzar la zona de posibles soluciones, se deduce:

$$\frac{N_h\,P'}{N'} \geqslant \frac{y\,P'}{100},$$

de donde:

$$y \leqslant \frac{100\,N_h}{N'}$$

El valor mínimo de y se obtendría de modo idéntico a como se halló en el caso de la figura 7.

En el anterior estudio, únicamente nos hemos propuesto determinar, matemáticamente y sin plantearnos el problema de la forma en que los errores propios del análisis químico podrían afectar a estos cálculos, el número de veces que un conjunto formado por diversos componentes (cemento anhidro) puede estar contenido en otro conjunto formado por los mismos componentes (hormigón), de forma que los componentes sobrantes (árido + pérdida al fuego surgida en el proceso de hidratación y curado), cumplan determinadas condiciones. Se puede así, como hemos visto, determinar un intervalo de dosificaciones posibles.

Cuando no se disponga de muestra del cemento con que ha sido confeccionado el hormigón, será necesario suponer una composición del cemento anhidro determinada y efectuar a partir de ella los cálculos descritos. Se tiene, de este modo, la oportunidad de dictaminar si existe posibilidad de que el cemento supuesto entre a formar parte de la muestra investigada (existencia o ausencia en el plano p, X de zona de posibles soluciones) y en caso afirmativo de obtener unas dosificaciones límites, máxima y mínima.

Si la limitación inferior viene dada por la recta $X = 100$, sólo será posible obtener una dosificación límite máxima, la mínima correspondería a $y = 0$.

Hay que hacer notar que lo que aquí llamamos "dosificación máxima" coincide en su expresión matemática cuando la condición más restrictiva por la izquierda es la curva:

$$X = 100\left(1 - \frac{P'\,S_h}{S'\,p}\right),$$

con la dosificación determinada según la norma NELC 5.01-a del Laboratorio Central de Ensayo de Materiales de Construcción y el método ASTM-C 85-54.

Cada una de las condiciones IV) escritas como igualdades, indican que el contenido de sílice, cal, residuo insoluble, alúmina, etc., respectivamente, del árido, es nulo. La determinación de la dosificación haciendo que coincida la curva:

$$X = 100\left(1 - \frac{y\,P'}{100\,p}\right),$$

con una determinada de las IV) equivale a admitir que el contenido de ese componente en el árido es cero. Si la condición IV), elegida, no es la situada más a la derecha en el intervalo

$$\frac{74\,P'}{100 - P'} < p < \frac{85\,P'}{100 - P'},$$

el contenido en el árido de los componentes cuyas curvas están situadas a la derecha de la elegida sería negativo, lo cual es imposible en un árido real.

notas

(*) Estas cifras no pretenden ser definitivas, quedan sujetas a revisión.

(**) y (***) Para $O < P' < 15$ la condición más restrictiva de p es:

$$\frac{74\,P'}{100 - P'} < p < \frac{85\,P'}{100 - P'}.$$

mientras que para $15 < P' < 26$ ha de ser:

$$\frac{74\,P'}{100 - P'} < p < P'$$

P' no puede ser mayor de 26 porque hemos impuesto la condición $P'' < 26$ y es $P' < P''$. En la práctica nunca será P' mayor de 5 ó 6.

Por otra parte, las condiciones

$$100\,P' \gtrless p\,(0{,}7846\,C' + 1{,}0913\,M' + 100 - P')$$

$$1.000\,P' \gtrless p\,(6{,}846\,C' + 9{,}913\,M' + 1.100 - 11\,P')$$

pueden escribirse:

$$\left.\begin{aligned} p &\gtrless \frac{100\,P'}{(0{,}7846\,C' + 1{,}0913\,M' + 100) - P'} \\ p &\gtrless \frac{90{,}91\,P'}{(0{,}6224\,C' + 0{,}9012\,M' + 100) - P'} \end{aligned}\right\} \qquad [7]$$

Las limitaciones II) y las condiciones [7], escritas como igualdades, tienen la forma general:

$$p = \frac{A\,P'}{B - P'},$$

siendo A y B positivos, su representación gráfica en el plano $p - P'$ adopta la forma de la figura 9.

Las limitaciones I) y II), representadas en el plano $p - P'$ indican que p sólo puede tomar valores comprendidos en la zona rayada, figura 10.

Observando esta última figura 10, se deduce que se satisfacen las condiciones

$$p > \frac{100\ P'}{(0{,}7846\ C' + 1{,}0913\ M' + 100) - P'}\ ; \qquad p > \frac{90{,}91\ P'}{(0{,}6224\ C' + 0{,}9012\ M' + 100) - P'},$$

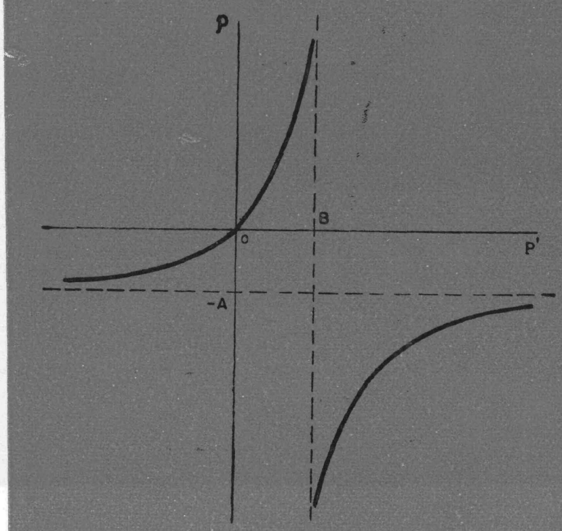
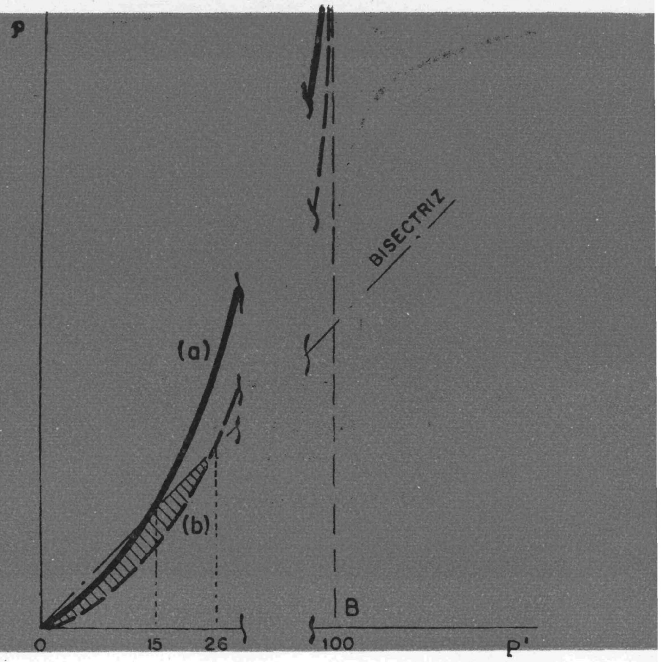


Fig. 9.



Curva (a) representa la ecuación $p = \frac{85\ P'}{100 - P'}$ en el primer cuadrante

Curva (b) representa la ecuación $p = \frac{74\ P'}{100 - P'}$ en el primer cuadrante.

Fig. 10.

en todo el intervalo en que se cumplen las desigualdades I) y II) ($P' \leqslant 26$) cuando se verifique, en el caso más desfavorable de ser $M' = O$:

$$26 > \frac{2.600}{0{,}7846\ C' + 100 - 26} \qquad \text{y} \qquad 26 > \frac{90{,}91 \times 26}{0{,}6224\ C' + 100 - 26}$$

o bien:

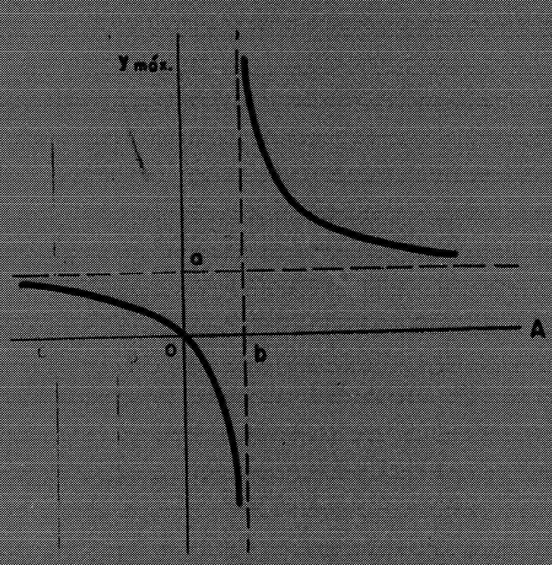
$$C' > 33{,}14 \qquad \text{y} \qquad C' > 27{,}17$$

(****) La representación gráfica de y_{max}, y_{min} en función de A se da en las figuras 11 y 12, respectivamente.

De su observación se deduce:

$$\text{Si } y > O; \quad A > O; \quad P_k < 0{,}7846\ C' + 1{,}0913\ M'$$

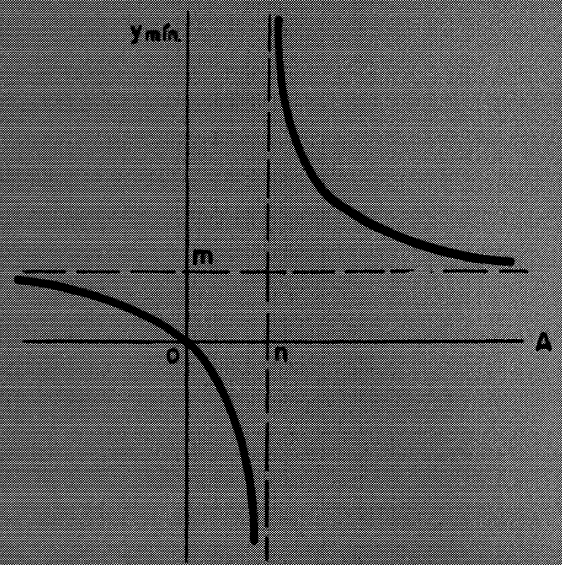
cuando A crece, y_{max}, y_{min} disminuyen.



$$Oa = \frac{100(6{,}846C_h + 9{,}913M_h + 100 - 11P_h)}{6{,}846C' + 9{,}913M' - 11P' + 1.100}$$

$$Ob = \frac{1.000(100 - P')}{6{,}846C' + 9{,}913M' - 11P' + 1.100}$$

Fig. 11



$$Om = \frac{100(0{,}7846C_h + 1{,}0913M_h - P_h)}{0{,}7846C' + 1{,}0913M' - P' + 100}$$

$$On = \frac{100(100 - P')}{0{,}7846C' + 1{,}0913M' - P' + 100}$$

Fig. 12

bibliografía

Laboratorio Central de Ensayo de materiales de Construcción. Nor-NELC 5.01-a para la "Determinación de la dosificación de morteros y hormigones fraguados fabricados con cemento".

ASTM STANDARDS-1961-Método C 85-54. "Cement Content of Hardened Portland Cement Concrete".

ASTM Bulletin, abril 1952, núm. 181, págs. 47-52, "A Study of Methods for the Determination of the Portland Cement Content of Hardened Concrete".

Associated Portland Cement Manufacturers Ltd., Greenhithe-March 1959, Research Department Report, núm. RD/S/2815, "Analysis and examination of concrete".

CORONAS e IRANZO: Laboratorio Central de Ensayo de Materiales de Construcción. Publicación núm. 1, 2.ª edición. Madrid, 1947. "Determinación de la dosificación del hormigón fraguado".

J. BROCARD: Ann. Inst. Tec. Bâtiment et Travaux Publics, núm. 231, Janvier 1952. "La recherche du dosage en ciment des mortiers et des betons durcis".

POWERS: Research Laboratories of the Portland Cement Association. Bull. 29. "The Nonevaporable Water Content of Hardened Portland Cement Paste".

POWERS y BROWNYARD: Research Laboratories of the Portland Cement Association. Bull. 22. "Studies of the Physical Properties of Hardened Portland Cement Paste".